

Chapitre 12

Équations 1

Le but de ce chapitre est de mettre en place des techniques de calcul permettant de résoudre de façon systématique des problèmes. Avant de s'attaquer aux problèmes, nous allons d'abord regarder les techniques, du moins une partie, car ce chapitre se poursuivra dans les classes supérieures, avec les chapitres 19 et 33.

Dans le mot équation, vous pouvez repérer la racine « équa », qui signifie « égal ». Nous allons donc dans ce chapitre manipuler des égalités et la première chose à retenir est qu'une équation est une égalité. Si l'on s'embête avec un nouveau mot, c'est que ces égalités ont quelque chose de particulier.

L'idée principale

On peut voir une égalité comme une balance Roberval à l'équilibre (une balance avec deux plateaux identiques et une aiguille entre les plateaux, l'aiguille penchant du côté du plateau contenant la plus grande masse). La balance contient des objets dans chaque plateau, mais si elle est à l'équilibre, les masses dans les plateaux sont égales.

Si l'on ajoute une masse dans un plateau, l'aiguille penche vers ce plateau (et il n'y a plus égalité entre les masses).

La question est : comment revenir à l'équilibre ? Deux façons de faire :

- ▷ On enlève la masse que l'on vient d'ajouter. Simple et efficace, mais pas très intéressant pour notre histoire d'équation.
- ▷ On ajoute une masse dans l'autre plateau, égale à celle que l'on avait précédemment ajoutée.

Si, au lieu d'ajouter une masse dans un plateau, on multiplie la masse présente par 3, comment revenir à l'équilibre ?

- ▷ On divise par trois la masse obtenue après multiplication (pas très intéressant).
- ▷ On multiplie par 3 la masse dans l'autre plateau.

REMARQUE. Le nombre 3 ne joue aucun rôle particulier ici. On peut le remplacer par n'importe quel autre nombre non nul.

La conclusion de cette histoire : si l'on effectue une opération (addition ou soustraction, multiplication ou division) dans un plateau de la balance, il faut effectuer la même opération dans l'autre plateau pour conserver l'équilibre.

Cours

I. Définitions – propriété

Définition 1

Une **équation** est une égalité dans laquelle apparaissent des quantités que l'on ne connaît pas, appelées **inconnues**.

REMARQUES. ▷ Comme on l'a vu au chapitre précédent, on note ces inconnues avec des lettres, $x, y, a, \dots$, ce qui est plus pratique que de dessiner des hiéroglyphes ou que d'écrire « la chose cherchée ».

- ▷ Dans ce chapitre, nous nous limiterons aux équations les plus simples. En particulier, nous ne considérerons que des équations à une inconnue.

EXEMPLES. ▷ L'égalité $4x + 3 = 2$ est une équation d'inconnue x , où x est un nombre.

- ▷ L'égalité $7(y - 2) = 3(2 - 3y)$ est une équation d'inconnue y , où y est un nombre.

Définition 2

Une **solution** d'une équation est une valeur que peut prendre l'inconnue de façon à ce que l'égalité soit vérifiée.

EXEMPLES. ▷ On considère l'équation

$$x - 7 = 12,$$

où x est un nombre.

- ▶ Si l'on remplace x par 5, on obtient $5 - 7 = -2$ et $-2 \neq 12$, donc 5 n'est pas solution de l'équation $x - 7 = 12$.
- ▶ Si l'on remplace x par 19, on obtient $19 - 7 = 12$ et $12 = 12$, donc 19 est une solution de l'équation $x - 7 = 12$. Rien ne dit dans ce calcul que l'équation considérée n'a pas d'autre solution.

▷ On considère l'équation

$$x + 7 = 3x + 1,$$

où x est un nombre.

- ▶ Si l'on remplace x par 4, on obtient d'une part $4 + 7 = 11$ et, d'autre part, $3 \times 4 + 1 = 13$. On conclut que 4 n'est pas solution de l'équation considérée.
- ▶ Si l'on remplace x par 3, on obtient d'une part $3 + 7 = 10$ et, d'autre part, $3 \times 3 + 1 = 10$. On conclut que 3 est une solution de l'équation considérée.

▷ On considère l'équation

$$x(x - 2) = 0,$$

où x est un nombre.

- ▶ Si l'on remplace x par 0, on obtient $0 \times (0 - 2) = 0$, donc 0 est une solution de l'équation $x(x - 2) = 0$.
- ▶ Si l'on remplace x par 2, on obtient $2 \times (2 - 2) = 0$, donc 2 est une solution de l'équation $x(x - 2) = 0$.

Une équation peut donc avoir plusieurs solutions. On notera que les calculs précédents ne nous disent pas si l'équation $x(x - 2) = 0$ admet d'autres solutions que 0 et 2 (question qui sera étudiée au chapitre 33).

Définition 3

Résoudre une équation consiste à trouver toutes les solutions de cette équation.

REMARQUES. ▷ On ne considère au collège que des équations que l'on peut résoudre.

- ▷ Essayer de deviner la ou les solutions d'une équation ne fonctionne qu'avec les équations les plus simples. De toute façon, il faudra ensuite justifier qu'il n'y a pas d'autres solutions que celles que vous avez devinées.
- ▷ Le but de ce chapitre est de développer des techniques permettant de trouver les solutions des équations (simples) que l'on va considérer sans jouer aux devinettes.

Définition 4

Une égalité est formée de deux **membres** et d'un signe $=$, le premier membre est ce qui se trouve à gauche du signe $=$, le second membre est ce qui se trouve à droite du signe $=$.

EXEMPLE. On considère l'équation $3x + 1 = 5$. Le premier membre est $3x + 1$, le second membre est 5.

Propriété

Si l'on effectue une opération (addition ou soustraction, multiplication ou division) dans un des membres d'une égalité, il faut effectuer la même opération dans l'autre membre pour conserver l'égalité.

REMARQUES. $\triangleright$ Cette propriété permet de résoudre toutes les équations que l'on peut vous demander de résoudre en cinquième et en quatrième.

$\triangleright$ On a déjà utilisé cette technique dans les chapitres précédents, en particulier pour des calculs de mesures d'angles.

But

Il faut utiliser la propriété précédente pour isoler l'inconnue dans un des membres de l'équation considérée.

REMARQUE. Si x est l'inconnue, le but est d'arriver à une égalité $x = \dots$, où le second membre ne contient pas l'inconnue.

II. Exemples de résolution d'équation

REMARQUES. $\triangleright$ Cette section présente un certain nombre d'applications de la propriété ci-dessus, en commençant par des exemples très simples et en traitant des cas un peu plus compliqués ensuite. Les cas compliqués seront traités en classe de quatrième, au chapitre 19.

$\triangleright$ Il devient maintenant très important de n'écrire qu'un signe $=$ par ligne. Si, dans ce qui suit, vous écrivez deux signes $=$ sur la même ligne de calcul, alors l'histoire va mal finir... très mal finir...

$\triangleright$ Le premier exemple est long, car nous détaillons les subtilités qui se cachent derrière un calcul d'apparence anodine. Nous irons plus vite dans les exemples suivants.

Exemple 1. On considère l'équation

$$x + 7 = 12$$

d'inconnue le nombre x .

REMARQUES. $\triangleright$ Vous êtes capable de deviner la solution, mais nous intéressons ici la technique, pour être capable ensuite de traiter des exemples plus compliqués.

$\triangleright$ Nous allons traiter deux fois cet exemple, la première fois avec tous les détails, la seconde en n'en écrivant qu'une partie.

Face à cette équation, vous devez vous poser une question : qu'est ce qui gêne ? La réponse se trouve dans le but encadré quelques lignes plus haut : il faut isoler l'inconnue dans l'un des membres de l'égalité.

Le premier membre est $x + 7$. L'inconnue n'est pas seule et ce qui gêne est donc $+7$. On s'en « débarrasse » en soustrayant 7 dans le premier membre. La propriété dit que l'on doit faire la même opération dans l'autre membre.

$\triangleright$ Avec tous les détails :

$$\begin{aligned} x + 7 &= 12, \\ \text{donc } x + \cancel{7} - \cancel{7} &= 12 - 7, \\ \text{donc } x &= 5. \end{aligned}$$

REMARQUES. $\blacktriangleright$ Une simplification se produit. C'était le but de la manœuvre.

$\blacktriangleright$ À chaque ligne, un « donc » est écrit. Ceci indique le lien logique avec la ligne précédente. Il fait partie de la rédaction... et la rédaction n'est pas une option.

$\triangleright$ Avec moins de détails :

$$\begin{aligned} x + 7 &= 12, \\ \text{donc } x &= 12 - 7, \\ \text{donc } x &= 5. \end{aligned}$$

REMARQUES. $\blacktriangleright$ Le calcul $+7 - 7$ qui apparaît dans la résolution avec tous les détails n'est pas écrit, il reste dans la tête.

$\blacktriangleright$ Avec un minimum d'habitude, cette équation ne mérite même pas trois lignes, tout au plus deux. Pour l'instant, on met encore un minimum de détails.

$\blacktriangleright$ Si vous avez besoin de mettre tous les détails, alors mettez tous les détails et, lorsque vous en aurez marre de tout écrire, vous mettrez moins de détails.

Arrivé là, vous pourriez croire que l'équation est résolue. En fait, le problème est un peu plus subtil qu'il n'y paraît. Le calcul précédent (avec tous les détails ou avec moins de détails) ne dit pas que la solution de l'équation $x + 7 = 12$ est 5. Ce calcul permet de dire que, si cette équation a une solution, alors cette solution est 5. Autrement dit, le calcul précédent nous dit que cette équation admet au plus une solution.

D'un point de vue logique, il faut maintenant faire la vérification (c'est un point de vue logique, car la vérification n'a pas pour but de vérifier si l'on s'est trompé... on ne fait pas des calculs pour se tromper!).

On doit donc remplacer x par 5 dans l'équation $x + 7 = 12$ et constater que l'on a bien l'égalité :

$$5 + 7 = 12,$$

donc l'équation $x + 7 = 12$ admet au moins une solution : 5.

On conclut que l'équation $x + 7 = 12$ admet une unique solution : 5.

REMARQUES. $\triangleright$ Au collège, personne ne viendra vous embêter avec cette vérification d'ordre logique, du moins pas sur des exemples aussi simples. Dorénavant, nous n'écrirons plus la vérification.

$\triangleright$ Au chapitre 33, nous rédigerons d'une façon légèrement différente, de sorte que la résolution « contienne » la vérification.

Exemple 2. On considère l'équation

$$x - 5 = 8$$

d'inconnue le nombre x . Question : qu'est ce qui gêne? Réponse : -5 . On lui règle son compte en ajoutant 5 dans chaque membre.

$\triangleright$ Avec tous les détails :

$$\begin{array}{l} x - 5 = 8, \\ \text{donc } x - \cancel{5} + \cancel{5} = 8 + 5, \\ \text{donc } x = 13. \end{array}$$

$\triangleright$ Avec moins de détails :

$$\begin{array}{l} x - 5 = 8, \\ \text{donc } x = 8 + 5, \\ \text{donc } x = 13. \end{array}$$

L'équation $x - 5 = 8$ admet pour solution 13.

Exemple 3. On considère l'équation

$$x + 15 = 9$$

d'inconnue le nombre x . Question : qu'est ce qui gêne? Réponse : $+15$. On lui règle son compte en retranchant 15 dans chaque membre.

$\triangleright$ Avec tous les détails :

$$\begin{array}{l} x + 15 = 9, \\ \text{donc } x + \cancel{15} - \cancel{15} = 9 - 15, \\ \text{donc } x = -6. \end{array}$$

$\triangleright$ Avec moins de détails :

$$\begin{array}{l} x + 15 = 9, \\ \text{donc } x = 9 - 15, \\ \text{donc } x = -6. \end{array}$$

L'équation $x + 15 = 9$ admet pour solution -6 .

Exemple 4. On considère l'équation

$$4x = 9$$

d'inconnue le nombre x . On rappelle que $4x$ signifie $4 \times x$. Cette équation est donc différente des exemples traités précédemment. Nous n'avons plus affaire à une addition/soustraction, mais à une multiplication.

Question : qu'est ce qui gêne ? Réponse : $4 \times$. La notion d'inverse, introduite au chapitre 4, va permettre de régler le problème. L'inverse de 4 est $\frac{1}{4}$. En multipliant les deux membres de l'équation par $\frac{1}{4}$, on obtient :

▷ avec tous les détails

$$\begin{aligned} 4x &= 9, \\ \text{donc } \cancel{4}x \times \frac{1}{\cancel{4}} &= 9 \times \frac{1}{4}, \\ \text{donc } x &= \frac{9}{4}, \end{aligned}$$

▷ avec moins de détails

$$\begin{aligned} 4x &= 9, \\ \text{donc } x &= 9 \times \frac{1}{4}, \\ \text{donc } x &= \frac{9}{4}. \end{aligned}$$

L'équation $4x = 9$ admet pour solution $\frac{9}{4}$.

Exemple 5. On considère l'équation

$$\frac{x}{3} = 7$$

d'inconnue le nombre x . On rappelle que $\frac{x}{3}$ signifie $x \times \frac{1}{3}$. Question : qu'est ce qui gêne ? Réponse : $\times \frac{1}{3}$. L'inverse de $\frac{1}{3}$ est 3. En multipliant les deux membres de l'équation par 3, on obtient :

▷ avec tous les détails

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} &= 7, \\ \text{donc } \frac{x}{\cancel{3}} \times \cancel{3} &= 7 \times 3, \\ \text{donc } x &= 21, \end{aligned}$$

▷ avec moins de détails

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} &= 7, \\ \text{donc } x &= 7 \times 3, \\ \text{donc } x &= 21. \end{aligned}$$

L'équation $\frac{x}{3} = 7$ admet pour solution 21.

Exemple 6. On considère l'équation

$$\frac{5x}{8} = \frac{3}{4}$$

d'inconnue le nombre x . On rappelle que $\frac{5x}{8}$ signifie $x \times \frac{5}{8}$. Question : qu'est ce qui gêne ? Réponse : $\times \frac{5}{8}$. L'inverse de $\frac{5}{8}$ est $\frac{8}{5}$. En multipliant les deux membres de l'équation par $\frac{8}{5}$, on obtient :

▷ avec tous les détails

$$\begin{aligned} \frac{5x}{8} &= \frac{3}{4}, \\ \text{donc } \frac{\cancel{5}x}{\cancel{8}} \times \frac{\cancel{8}}{\cancel{5}} &= \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{8}}{\cancel{5}}, \\ \text{donc } x &= \frac{6}{5}, \end{aligned}$$

▷ avec moins de détails

$$\begin{aligned} \frac{5x}{8} &= \frac{3}{4}, \\ \text{donc } x &= \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{8}}{\cancel{5}}, \\ \text{donc } x &= \frac{6}{5}. \end{aligned}$$

L'équation $\frac{5x}{8} = \frac{3}{4}$ admet pour solution $\frac{6}{5}$.

REMARQUES. ▷ Il est de bon goût de simplifier avant de multiplier.

▷ Avec un peu d'habitude, ces équations ne méritent pas trois lignes, tout au plus deux.

Exemple 7. On considère l'équation

$$3x - 4 = 6$$

d'inconnue le nombre x . Question : qu'est ce qui gêne ? Réponse : $3x$ et -4 . D'un point de vue théorique, on peut s'occuper de ces deux problèmes dans n'importe quel ordre. D'un point de vue pratique, il est conseillé de s'occuper d'abord du -4 . On obtient :

▷ avec tous les détails

$$\begin{aligned} & 3x - 4 = 6, \\ \text{donc } & 3x - \cancel{4} + \cancel{4} = 6 + 4, \\ \text{donc } & \cancel{3}x \times \frac{1}{\cancel{3}} = 10 \times \frac{1}{3}, \\ \text{donc } & x = \frac{10}{3}, \end{aligned}$$

▷ avec moins de détails

$$\begin{aligned} & 3x - 4 = 6, \\ \text{donc } & 3x = 6 + 4, \\ \text{donc } & 3x = 10, \\ \text{donc } & x = \frac{10}{3}, \end{aligned}$$

▷ avec encore moins de détails

$$\begin{aligned} & 3x - 4 = 6, \\ \text{donc } & x = \frac{6 + 4}{3}, \\ \text{donc } & x = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

L'équation $3x - 4 = 6$ admet pour solution $\frac{10}{3}$.

REMARQUE. On étudiera des exemples plus complexes au chapitre 19.

III. Résolution de problèmes

Les techniques développées dans la partie précédente ont pour but de résoudre des problèmes.

Exemple 1. Six ouvriers travaillant de la même façon ont fait un certain ouvrage en 10 jours. Combien quatre ouvriers (travaillant comme les précédents) auraient-ils mis de jours à faire le même ouvrage ?

REMARQUE. Il s'agit d'un problème de proportionnalité déjà étudié au chapitre 3. On le traite maintenant à l'aide d'une mise en équation.

SOLUTION. ▷ La première question à se poser est : que cherche-t-on ?

Ici, on cherche un nombre de jours (on fait le **choix de l'inconnue**, même si le choix est très limité sur cet exemple).

▷ On nomme ce que l'on cherche, en général avec une lettre, par exemple x .

▷ Il faut alors traduire mathématiquement l'énoncé qui est en français (il s'agit de la **mise en équation** du problème). C'est la partie

délicate de l'exercice. Il n'y a pas de règle générale, chaque exercice est un cas particulier.

Ici, on peut s'intéresser au nombre de jours nécessaires à un seul ouvrier pour réaliser l'ouvrage. D'une part, un ouvrier réalise l'ouvrage en 6×10 jours (six fois le temps nécessaire à six ouvriers), d'autre part, un ouvrier réalise l'ouvrage en $4x$ jours (quatre fois le temps nécessaire à quatre ouvriers). L'égalité de ces deux expressions de la même quantité fournit l'équation.

- ▷ On résout alors l'équation et l'on conclut.

La mise en pratique donne ce qui suit.

Soit x le nombre de jours nécessaires aux quatre ouvriers. On a

$$\begin{aligned}4x &= 6 \times 10, \\ \text{donc } x &= \frac{6 \times 10}{4}, \\ \text{donc } x &= 15.\end{aligned}$$

Les quatre ouvriers mettront 15 jours pour réaliser l'ouvrage.

Démarche

On résume la démarche à suivre :

- 1) Lire l'énoncé.
- 2) Que cherche-t-on ? Choix de l'inconnue.
- 3) Nommer l'inconnue.
- 4) Mise en équation du problème.
- 5) Résolution de l'équation.
- 6) Conclusion.

REMARQUES. ▷ La première étape semble évidente. C'est sans espoir si vous ne lisez pas l'énoncé.

- ▷ Dans les problèmes simples, le choix de l'inconnue est vite réglé : il suffit de lire l'énoncé. Dans des problèmes plus « complexes », plusieurs choix d'inconnue peuvent être possibles.
- ▷ Les étapes 2) et 3) se traduisent par la phrase : « Soit $x...$ ». Évitez d'écrire « Soit x l'inconnue. », même si cela fera sourire le correcteur.
- ▷ La dernière étape n'est pas une option. L'énoncé est donné en français, donc vous devez revenir au français.

Exemple 2. Dans ma tirelire, j'ai 30 pièces, de 1 € et 2 € uniquement. J'ai une somme totale de 47 €. Combien ai-je de pièces de 1 € ? De pièces de 2 € ?

SOLUTION. $\triangleright$ La première question à se poser est : que cherche-t-on ?

Ici, on cherche deux nombres. Mais on note que si l'on connaît l'un, alors on connaît l'autre puisque leur somme est égale à 30. Deux choix d'inconnue sont donc possibles : le nombre de pièces de 1 € ou le nombre de pièces de 2 €.

$\triangleright$ Une fois le choix fait et l'inconnue nommée, il faut faire la mise en équation et deux points de vue sont possibles.

On propose donc quatre rédactions de ce problème.

$\triangleright$ Soit x le nombre de pièces de 1 €. Le nombre de pièces de 2 € est $30 - x$. La valeur des x pièces de 1 € est x €. La valeur des $30 - x$ pièces de 2 € est $2(30 - x)$ €. On a

$$\begin{aligned} x + 2(30 - x) &= 47, \\ \text{donc } x + 60 - 2x &= 47, \\ \text{donc } -x &= 47 - 60, \\ \text{donc } x &= 13. \end{aligned}$$

J'ai 13 pièces de 1 € et 17 pièces de 2 €.

$\triangleright$ Soit x le nombre de pièces de 1 €. Si l'on remplace chaque pièce de 1 € par une pièce de 2 €, alors la somme dans la tirelire augmente de x € et elle est maintenant égale à 60 €. On a

$$\begin{aligned} 47 + x &= 60, \\ \text{donc } x &= 60 - 47, \\ \text{donc } x &= 13. \end{aligned}$$

J'ai 13 pièces de 1 € et 17 pièces de 2 €.

$\triangleright$ Soit x le nombre de pièces de 2 €. Le nombre de pièces de 1 € est $30 - x$. La valeur des x pièces de 2 € est $2x$ €. La valeur des $30 - x$ pièces de 1 € est $(30 - x)$ €. On a

$$\begin{aligned} 2x + 30 - x &= 47, \\ \text{donc } x &= 47 - 30, \\ \text{donc } x &= 17. \end{aligned}$$

J'ai 13 pièces de 1 € et 17 pièces de 2 €.

$\triangleright$ Soit x le nombre de pièces de 2 €. Si l'on remplace chaque pièce de 2 € par une pièce de 1 €, alors la somme dans la tirelire diminue de x € et elle est maintenant égale à 30 €. On a

$$\begin{aligned} 47 - x &= 30, \\ \text{donc } x &= 47 - 30, \\ \text{donc } x &= 17. \end{aligned}$$

J'ai 13 pièces de 1 € et 17 pièces de 2 €.

REMARQUE. Les différents choix d'inconnues peuvent conduire à des calculs plus ou moins compliqués. Le choix du point de vue lors de la mise en équation est donc aussi important. Bien sûr, vous n'avez pas à traiter tous les choix possibles sur votre copie.

Exercices

Ex 1. a) Les nombres 1, 1,5 et 2 sont-ils solutions de l'équation

$$3x + 1 = 5x - 2$$

d'inconnue le nombre x ?

b) Les nombres 1, $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{3}$ sont-ils solutions de l'équation

$$(2x - 1)(3x - 2) = 0$$

d'inconnue le nombre x ?

Ex 2. Résoudre les équations suivantes d'inconnue le nombre x :

a) $x - 15 = -23$; c) $x + 16 = 3$; e) $4 + x = 15$;

b) $x + 4 = 15$; d) $7 + x = -19$; f) $11 = x + 3$.

Ex 3. Résoudre les équations suivantes d'inconnue le nombre x :

a) $7x = 8$, c) $6 = 11x$, e) $8x = 4$,

b) $12x = 5$, d) $15x = 25$, f) $8 + x = 4$.

Ex 4. Résoudre les équations suivantes d'inconnue le nombre x :

a) $\frac{x}{7} = 4$, c) $\frac{4x}{9} = \frac{20}{7}$, e) $\frac{12x}{35} = \frac{16}{25}$,

b) $\frac{x}{4} = \frac{2}{3}$, d) $\frac{3x}{8} = \frac{5}{7}$, f) $\frac{8x}{3} = \frac{1}{9}$.

Ex 5. Résoudre les équations suivantes d'inconnue le nombre x :

a) $5x + 3 = 12$; c) $8x + 5 = 15$;

b) $4x - 3 = 5$; d) $3x - 7 = 8$.

Ex 6. Traduire chacune des phrases suivantes par une équation, puis résoudre cette équation (faites attention à la façon dont le verbe retrancher s'utilise).

a) Le double de x vaut 8.

b) Le triple de x vaut 27.

c) 7 retranché de x vaut 3.

d) Le double de x ajouté à 5 vaut -1 .

e) 5 retranché du triple de x vaut 7.

f) le tiers de x retranché de 5 vaut 1.

Ex 7. Dans chacun des cas suivants, on mettra le problème en équation, puis on le résoudra.

- a) Un rectangle a une longueur égale à 15 cm et une aire égale à 180 cm^2 . Quelle est sa largeur ?
- b) Un rectangle a une longueur égale à 15 cm et un périmètre égal à 52 cm. Quelle est sa largeur ?

Ex 8. Dans chacun des cas suivants, on mettra le problème en équation, puis on le résoudra.

- a) On additionne un nombre et son double. On trouve 126. Quel est ce nombre ?
- b) On retranche un nombre au triple de ce nombre. On obtient 42. Quel est ce nombre ?

REMARQUE. Pour chacun des exercices suivants, on fera la mise en équation du problème, puis sa résolution.

Ex 9. On récolte 127 pommes et un certain nombre de poires. Au total, on a récolté 253 fruits. Combien a-t-on récolté de poires ?

Ex 10. On récolte 57 pommes, un certain nombre de poires et le double de fraises. Au total, on a récolté 132 fruits. Combien a-t-on récolté de poires et de fraises ?

Ex 11. On récolte 57 pommes, un certain nombre de poires et le double de fraises. Au total, on a récolté 131 fruits. Combien a-t-on récolté de poires et de fraises ?

Ex 12. Vous achetez un livre à 15 € et, comme il vous reste de l'argent, vous achetez deux bandes dessinées au même prix. Vous dépensez 31 € en tout. Combien coûte chaque bande dessinée ?

Ex 13. La somme de trois nombres entiers consécutifs est égale à 126. Quels sont ces trois nombres ?

Ex 14. Trouver deux nombres positifs dont l'un est le triple de l'autre et dont la somme des deux est égale à 42.

Ex 15. La somme de quatre nombres entiers consécutifs est égale à 66. Quels sont ces quatre nombres ?

Ex 16. On achète deux éclairs coûtant le même prix et trois tartes coûtant le même prix. Une tarte coûte le double d'un éclair. On paie au total 20 €. Quel est le prix d'un éclair et quel est le prix d'une tarte ?

Ex 17. Cent kg de farine donnent 140 kg de pain. Combien faudra-t-il de la même farine à un boulanger pour faire 3 500 kg de pain ?

Ex 18 (★). Dix-huit ouvriers travaillant de la même façon ont mis vingt jours pour faire un certain ouvrage en travaillant neuf heures par jour. Combien quinze ouvriers travaillant de la même façon auraient-ils mis de jours à faire le même ouvrage en travaillant dix heures par jour ?

c) On a

$$\begin{aligned} 8x + 5 &= 15, \\ \text{donc } 8x &= 15 - 5, \\ \text{donc } x &= \frac{10}{8}, \\ \text{donc } x &= \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

La solution de l'équation est $\frac{5}{4}$.

d) On a

$$\begin{aligned} 3x - 7 &= 8, \\ \text{donc } 3x &= 8 + 7, \\ \text{donc } x &= \frac{15}{3}, \\ \text{donc } x &= 5. \end{aligned}$$

La solution de l'équation est 5.

Ex 6. a) Soit x le nombre cherché.

On a

$$\begin{aligned} 2x &= 8, \\ \text{donc } x &= \frac{8}{2}, \\ \text{donc } x &= 4. \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 4.

d) Soit x le nombre cherché. On a

$$\begin{aligned} 2x + 5 &= -1, \\ \text{donc } 2x &= -1 - 5, \\ \text{donc } x &= \frac{-6}{2}, \\ \text{donc } x &= -3. \end{aligned}$$

Le nombre cherché est -3 .e) Soit x le nombre cherché. On ab) Soit x le nombre cherché. On a

$$\begin{aligned} 3x &= 27, \\ \text{donc } x &= \frac{27}{3}, \\ \text{donc } x &= 9. \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 9.

$$\begin{aligned} 3x - 5 &= 7, \\ \text{donc } 3x &= 5 + 7, \\ \text{donc } x &= \frac{12}{3}, \\ \text{donc } x &= 4. \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 4.

f) Soit x le nombre cherché. On ac) Soit x le nombre cherché. On a

$$\begin{aligned} x - 7 &= 3, \\ \text{donc } x &= 3 + 7, \\ \text{donc } x &= 10. \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 10.

$$\begin{aligned} 5 - \frac{x}{3} &= 1, \\ \text{donc } 5 - 1 &= \frac{x}{3}, \\ \text{donc } x &= 4 \times 3, \\ \text{donc } x &= 12. \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 12.

Ex 7. a) Soit ℓ la largeur du rectangle exprimée en cm. On a

$$\begin{aligned} 15\ell &= 180, \\ \text{donc } \ell &= \frac{180}{15} \\ &= 12. \end{aligned}$$

La largeur du rectangle est égale à 12 cm.

REMARQUE. Dans cet exercice, lorsque vous annoncez votre choix d'inconnue (« Soit ℓ la largeur du rectangle... »), vous devez préciser l'unité dans

laquelle s'exprime l'inconnue. Ici, nous avons choisi le centimètre. Si l'on choisit d'exprimer l'inconnue en millimètres, la mise en équation devient

$$150\ell = 18\,000.$$

Bien sûr, ce n'est pas une bonne idée d'utiliser les millimètres dans cet exercice. Mais ce n'est pas le point important. L'important ici est : vous devez préciser dans quelle unité est exprimée l'inconnue que vous avez choisie.

- b) Soit ℓ la largeur du rectangle exprimée en cm. Il y a deux façons de procéder.

$$\text{On a } 2 \times 15 + 2\ell = 52,$$

$$\text{donc } 2\ell = 52 - 30,$$

$$\text{donc } \ell = \frac{22}{2},$$

$$= 11.$$

$$\text{On a } 2 \times (15 + \ell) = 52,$$

$$\text{donc } 15 + \ell = \frac{52}{2},$$

$$\text{donc } \ell = 26 - 15,$$

$$= 11.$$

La largeur du rectangle est égale à 11 cm.

Ex 8. a) Soit x le nombre cherché. On a

$$x + 2x = 126,$$

$$\text{donc } 3x = 126,$$

$$\text{donc } x = \frac{126}{3},$$

$$= 42.$$

Le nombre cherché est 42.

- b) Soit x le nombre cherché. On a

$$3x - x = 42,$$

$$\text{donc } 2x = 42,$$

$$\text{donc } x = \frac{42}{2},$$

$$= 21.$$

Le nombre cherché est 21.

Ex 9. Soit x le nombre de poires récoltées. On a

$$x + 127 = 253,$$

$$\text{donc } x = 253 - 127,$$

$$\text{donc } x = 126.$$

On a récolté 126 poires.

Ex 10. On note que si l'on connaît le nombre de poires, on connaît aussi le nombre de fraises et vice-versa. Deux choix d'inconnues sont donc possibles ici, le nombre de poires ou le nombre de fraises. On peut donc faire l'exercice de deux façons (mais les calculs ne sont pas exactement les mêmes). Nous donnons ci-dessous les deux façons de faire.

▷ Soit x le nombre de poires récoltées. On a

$$\begin{aligned} x + 2x + 57 &= 132 \\ \text{donc} \quad 3x &= 132 - 57 \\ \text{donc} \quad x &= \frac{75}{3} \\ \text{donc} \quad x &= 25. \end{aligned}$$

On a récolté 25 poires et 50 fraises.

REMARQUE. L'énoncé dit que le nombre de fraises est le double du nombre de poires. Le nombre de poires étant x , le nombre de fraises est $2x$.

▷ Soit y le nombre de fraises récoltées. On a

$$\begin{aligned} y + \frac{y}{2} + 57 &= 132, \\ \text{donc} \quad \frac{2y}{2} + \frac{y}{2} &= 132 - 57, \\ \text{donc} \quad \frac{3y}{2} &= 75, \\ \text{donc} \quad y &= 75 \times \frac{2}{3}, \\ \text{donc} \quad y &= 50. \end{aligned}$$

On a récolté 50 fraises et 25 poires.

REMARQUES. ▶ L'énoncé dit que le nombre de poires est la moitié du nombre de fraises. Le nombre de fraises étant y , le nombre de poires est $\frac{y}{2}$.

▶ Les calculs dans cette solution sont un peu plus délicats que dans la solution précédente. Le choix de l'inconnue est important. Suivant le choix que vous faites, vos calculs peuvent être plus ou moins faciles...

Ex 11. Cet énoncé ressemble beaucoup au précédent. On peut, bien sûr, le faire de deux façons, mais nous n'en traiterons qu'une (à vous de faire l'autre). Soit x le nombre de poires récoltées. On a

$$\begin{aligned} x + 2x + 57 &= 131, \\ \text{donc} \quad 3x &= 131 - 57, \\ \text{donc} \quad x &= \frac{74}{3}. \end{aligned}$$

Cependant, $\frac{74}{3}$ n'est pas un nombre entier. Or, on récolte un nombre entier de fruits. Le problème n'a donc pas de solution.

REMARQUE. Un problème peut n'avoir aucune solution.

Ex 12. Soit x le prix d'une bande dessinée exprimé en euros. On a

$$\begin{aligned} 2x + 15 &= 31, \\ \text{donc} \quad 2x &= 31 - 15, \\ \text{donc} \quad x &= \frac{16}{2}, \\ \text{donc} \quad x &= 8. \end{aligned}$$

Une bande dessinée coûte 8€.