

Table des matières

Avant-propos	v
--------------	---

I Modèles épidémiques à coefficients constants 1

Chapitre 1. Modèle S-I-R 3

1.1. Équations	3
1.2. Taille finale de l'épidémie	6
1.3. Pic épidémique	9
1.3.1. Date du pic épidémique.	11
1.3.2. Étude de la fonction $f(\mathcal{R}_0)$.	14
1.3.3. Remarque.	17
1.4. Approximation quand la reproductivité est proche de 1	18

Chapitre 2. Modèle S-E-I-R 21

2.1. Équations	21
2.2. Pic épidémique	24
2.3. Appendice : systèmes différentiels linéaires coopératifs	27

Chapitre 3. La reproductivité 31

3.1. Systèmes d'équations différentielles	31
3.2. Une équation aux dérivées partielles	38
3.3. Appendice : matrices positives	41

Chapitre 4. Début de l'épidémie de coronavirus en France 43

4.1. Un modèle	43
4.2. Deuxième phase avec une intervention drastique	47
4.3. Une généralisation	51
4.4. Estimation du paramètre de réduction	53
4.5. Appendice : une période infectieuse non exponentielle	55

Chapitre 5. Modèles stochastiques 57

5.1. Probabilité d'extinction des épidémies	57
5.1.1. Des processus de branchement.	57
5.1.2. Exemples.	59
5.2. Modèle S-I-S	61

II Modèles déterministes à coefficients périodiques 67

Chapitre 6. Modèles matriciels périodiques	69
6.1. La reproductivité	69
6.2. Sensibilité du taux de croissance	78
6.3. Inégalités entre la reproductivité et le taux de croissance	82
6.4. Une fonction monotone	84
Chapitre 7. Modèles périodiques en temps continu	87
7.1. La reproductivité	87
7.2. Systèmes différentiels	97
7.3. Taux de croissance	106
7.4. Une fonction monotone	108
7.5. Appendice : systèmes coopératifs périodiques	112
7.6. Appendice : théorème de Krein-Rutman	113
Chapitre 8. Une maladie à vecteurs avec de la saisonnalité	115
8.1. Une épidémie de leishmaniose au Maroc	115
8.2. Modèle	117
8.3. Analyse	118
8.4. Simulation et estimation de la reproductivité	121
Chapitre 9. Approximation de la reproductivité	127
9.1. Une épidémie de chikungunya à La Réunion	127
9.2. Rappel de la définition de la reproductivité	131
9.3. Méthodes numériques pour calculer la reproductivité	134
9.3.1. Discrétisation du problème intégral de valeur propre.	134
9.3.2. Séries de Fourier : le cas général périodique.	134
9.3.3. Séries de Fourier : le cas sinusoidal.	135
9.3.4. Application de la théorie de Floquet.	139
9.4. Maladies à vecteurs	140
9.4.1. Paludisme.	140
9.4.2. Le chikungunya à La Réunion.	142
9.5. Autres applications	146
9.6. Appendice	147
Chapitre 10. Modèles avec un facteur périodique simple	149
10.1. Introduction	149
10.2. Calculs	152
10.3. Formules approchées	153
10.4. Un modèle S-E-I-S avec une période de latence fixe	155
10.5. Conclusion	160
Chapitre 11. Résonance du taux de croissance	161
11.1. Introduction	161
11.2. Théorie perturbative : formules du premier ordre	164

11.2.1. Taux de croissance initial comme valeur propre.	164
11.2.2. Formules perturbatives du premier ordre pour le taux de croissance.	166
11.3. Formule du second ordre et résonance	168
11.4. Exemples	171
11.4.1. Modèle S-I-R périodique.	171
11.4.2. Modèle S-I-R périodique avec une période d'infection fixe.	172
11.4.3. Modèle S-E-I-R périodique.	174
11.4.4. Modèle S-E-I-R périodique avec une période de latence fixe.	175
11.4.5. Modèle S-E-I-R périodique avec une période de latence distribuée selon une loi Gamma.	177
11.5. Mille et un modèles périodiques	179
11.6. Appendice : croissance exponentielle de la valeur reproductive totale dans un environnement périodique	180
Chapitre 12. Modèle de Kermack et McKendrick pour la peste à Bombay	181
12.1. Un ajustement trompeur	181
12.2. La peste bubonique à Bombay et les formules obtenues par Kermack et McKendrick	183
12.3. Valeurs des paramètres	184
12.4. Saisonnalité	187
12.5. Reproductivité d'un type avec de la saisonnalité	194
12.6. Dynamique lente-rapide et le modèle S-I-R	197
12.7. Conclusion	198
Chapitre 13. Taille finale des épidémies avec de la saisonnalité	199
13.1. Modèle S-I-R périodique	199
13.2. Simulations numériques	202
13.3. Théorèmes de seuil	207
13.3.1. Système S-I-R périodique.	207
13.3.2. Système S-E-I-R périodique.	209
Chapitre 14. Taille finale des épidémies dans un environnement périodique de faible amplitude	213
14.1. Une épidémie de dengue à La Réunion	213
14.2. Formule exacte pour le coefficient correcteur	216
14.3. Formules approchées	217
Chapitre 15. Taille finale des épidémies dans un environnement périodique haute fréquence	221
15.1. Introduction	221
15.2. Quelques simulations	222
15.3. Proximité des tailles finales	225
Chapitre 16. Modèles pour les maladies endémiques	229
16.1. Persistance dans un modèle endémique	229
16.2. Deux pathogènes en compétition	232

16.3. Appendice : systèmes positifs	233
---	-----

III Modèles stochastiques à coefficients périodiques 235

Chapitre 17. Probabilité d'extinction dans un environnement périodique 237

17.1. Un seul type d'individus infectés	237
17.2. Plusieurs types d'individus infectés	241
17.3. Un modèle épidémique simple pour la rougeole en France	249
17.4. Réintroduction d'espèces en biologie de la conservation	255
17.5. Conclusion	257
17.6. Appendice : systèmes coopératifs périodiques	258

Chapitre 18. Probabilité d'extinction dans un environnement périodique lent 259

18.1. Un seul type d'individus infectés	259
18.1.1. Calcul préliminaire.	261
18.1.2. Limite $T \rightarrow 0$	261
18.1.3. Limite $T \rightarrow +\infty$	262
18.1.4. Exemple.	264
18.1.5. Lien avec les « canards »	266
18.2. Plusieurs types d'individus infectés	267
18.2.1. Modèle.	268
18.2.2. Exemple.	271
18.2.3. Généralisation.	274
18.2.4. Conclusion.	275

Chapitre 19. Modèle S-I-S stochastique dans un environnement périodique 277

19.1. Modèle	277
19.2. Calculs analytiques	279
19.2.1. Équation aux dérivées partielles de Hamilton-Jacobi	279
19.2.2. Orbite hétérocline.	285
19.3. Calculs numériques	293
19.4. Remarques	297
19.5. Appendice	299

Bibliographie 301