

Table des matières

Préface	1
Introduction historique	5
Chapitre I. Séries de Fourier	9
1. L'intégrale de Lebesgue	9
2. La géométrie de $L^2(\mathbf{I})$	17
3. La géométrie de $L^2(\mathbf{I})$, suite	27
4. Fonctions de carré sommable sur le cercle et leurs séries de Fourier	34
5. Fonctions intégrables et leurs séries de Fourier	41
6. Le phénomène de Gibbs	48
7. Applications diverses	51
8. Applications aux équations aux dérivées partielles de la physique mathématique à une dimension	64
9*. Développement en fonctions propres plus généraux	76
10. Séries de Fourier en plusieurs dimensions	84
Chapitre II. Intégrales de Fourier	89
1. Transformée de Fourier	89
2. Transformation de Fourier dans $\mathcal{S}(\mathbb{R})$	90
3. Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$: première méthode	93
4*. Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$: deuxième méthode	97
5*. Transformation de Fourier dans $L^2(\mathbb{R})$: troisième méthode	100
6. Transformée de Fourier pour $L^1(\mathbb{R})$	104
7. Applications diverses	108
8*. Inégalité de Heisenberg	118
9*. Fonctions limitées en bande et en temps	123
10. Transformée de Fourier multidimensionnelle	134
11. Diverses applications de la transformée de Fourier multidimensionnelle	136
Chapitre III. Transformée de Fourier et fonctions analytiques	145
1. Un cours accéléré de théorie des fonctions	145
2. Le théorème de Hardy	157
3. Le théorème de Paley-Wiener	159

4. Fonctions de Hardy	162
5*. Fonctions de Hardy et filtres	170
6*. Factorisation de Wiener-Hopf, équation de Milne	177
7*. Identité de Spitzer	185
8. Les fonctions de Hardy dans le disque et le théorème de Szegő	188
9*. Approximation polynomiale : le théorème de Müntz-Szász	195
10*. Le théorème des nombres premiers	196
Chapitre IV. Séries et transformées de Fourier sur les groupes	203
1. Groupes	203
2. Séries de Fourier sur le cercle	206
3. Transformée de Fourier sur la droite réelle	210
4. Groupes commutatifs finis	214
5. Séries de Fourier sur un groupe commutatif fini	217
6*. Loi de réciprocité quadratique de Gauss	222
7. Groupes non commutatifs	227
8. Le groupe des rotations	228
9. Trois algèbres de convolution	236
10. Homomorphismes de $L^1(K/G/K)$	239
11. Les fonctions sphériques sont les fonctions propres du laplacien	242
12. Les fonctions sphériques sont des polynômes de Legendre	244
13. Harmoniques sphériques	248
14*. Représentations de $SO(3)$	254
15*. Le groupe des déplacements euclidiens	260
16*. $SL(2, \mathbb{R})$ et le plan hyperbolique	271
Pour aller plus loin	279
Bibliographie	281
Index	289