

Table des matières

Avant-propos	ix
Chapitre 1. Probabilités. Un cours accéléré	1
Chapitre 2. Compléments mathématiques	11
§2.1. Séries géométriques	11
§2.2. Logarithme et fonction exponentielle	12
§2.3. Approximations par l'utilisation des développements limités	16
§2.4. La formule de Stirling (d'après H. E. Robbins)	23
Chapitre 3. Chaînes de Markov	27
§3.1. Espaces probabilisés infinis dénombrables	27
§3.2. États et passage d'un état à un autre état (changements d'état)	28
§3.3. La méthode des règles des parcours	31
§3.4. Les règles de la valeur moyenne	34
Chapitre 4. Problèmes classiques de promenades aléatoires	61
§4.1. La promenade aléatoire symétrique sur une droite	61
§4.2. Promenades aléatoires asymétriques sur une droite	65
§4.3. Promenade aléatoire symétrique : étude du retour à l'origine	68
§4.4. Promenade aléatoire asymétrique : étude du retour à l'origine	76
§4.5. Le premier retour à l'origine. Le principe de réflexion	78
§4.6. Promenades aléatoires et mouvement brownien	84
Chapitre 5. Réduction de graphes	87
§5.1. Comment réduire un graphe?	87
§5.2. La formule de Mason	93
Chapitre 6. Les fonctions génératrices et leur utilisation	99
§6.1. Fonction génératrice d'une suite de nombres	99
§6.2. La méthode du marquage de Van Dantzig	101
§6.3. La loi géométrique	102
§6.4. La loi de Pascal ou loi binomiale négative	106
§6.5. La loi binomiale	108
§6.6. Temps d'attente dans un processus de Bernoulli	110
§6.7. Fonction génératrice d'une somme de variables aléatoires indépendantes	124
§6.8. Premier retour à l'origine pour une promenade asymétrique	126

§6.9. Les temps de record dans les processus aléatoires	128
§6.10. Nombre de cycles dans une permutation aléatoire	130
Chapitre 7. Nombres aléatoires	135
§7.1. Le générateur de nombres aléatoires	135
§7.2. Comparaison de deux distributions	137
§7.3. Le problème de l'aiguille de Buffon (1777)	142
§7.4. Points situés sur un demi-cercle	146
§7.5. Le problème de la rencontre	147
Chapitre 8. Processus de branchement	153
§8.1. Définition et exemple	153
§8.2. La probabilité d'extinction	159
§8.3. Une application. La disparition d'un nom de famille	163
§8.4. Approfondissement de l'étude à l'aide des fonctions génératrices	165
§8.5. Complément, le cas critique	168
Chapitre 9. Étude génétique des populations	171
§9.1. Aspect génétique du mécanisme de l'hérédité	171
§9.2. Les lois de Mendel	173
9.2.1. Transmission d'un caractère	173
9.2.2. Transmission de deux caractères	174
9.2.3. Transmission héréditaire liée au sexe	175
9.2.4. Allèles multiples	175
§9.3. Les lois de Hardy-Weinberg (1908)	177
§9.4. Sélection	183
§9.5. Mariages consanguins.	188
9.5.1. Exemples.	188
9.5.2. Coefficient de consanguinité et coefficient de parenté	199
Chapitre 10. Processus de Poisson	207
§10.1. Définition du processus de Poisson	207
§10.2. Calcul de la distribution de Poisson à partir de la fonction généra- trix	209
§10.3. Signification évidente du processus de Poisson	211
§10.4. La loi exponentielle	213
§10.5. Autres propriétés des distributions exponentielle et de Poisson .	215
§10.6. Risques concurrents	223
Chapitre 11. Processus de naissance et de mort	229
§11.1. Définition. Répartition stationnaire	229
§11.2. Files d'attente	232

Chapitre 12. Comportement asymptotique des chaînes de Markov	241
§12.1. Chaînes de Markov à deux états	241
§12.2. Chaînes de Markov à N états	246
§12.3. Le modèle d'Ehrenfest	255
§12.4. Démonstration des deux théorèmes concernant les chaînes de Markov	260
Chapitre 13. Le théorème limite central	267
§13.1. Formulation du théorème	267
§13.2. Théorème limite central pour le lancer d'une pièce équilibrée . .	268
§13.3. Théorème limite central pour la loi de Poisson	269
§13.4. Théorème limite central pour la loi binomiale	271
Chapitre 14. Tests d'arrêt optimal	273
Chapitre 15. Probabilités et théorie des nombres	283
Chapitre 16. Une nouvelle méthode pour les chaînes de Markov	291
§16.1. Chaîne de Markov absorbante	291
§16.2. Chaînes de Markov sans état absorbant	294
Chapitre 17. Solution des exercices	297
Bibliographie	337
Index	339