

Table des matières

Introduction	I
Chapitre 8. Loïs et moments de variables aléatoires	3
8.1. Compléments de théorie de la mesure	3
8.2. Loi d'une variable aléatoire	9
8.3. Moments de variables aléatoires	15
Exercices	29
Chapitre 9. Indépendance de tribus, de variables aléatoires	39
9.1. Indépendance de familles d'événements et de variables aléatoires	39
9.2. Indépendance et événements asymptotiques	47
9.3. Quelques résultats liés à l'indépendance et au modèle de pile ou face	52
9.4. Convolution et loi de la somme de variables aléatoires indépen- dantes	61
Exercices	63
Chapitre 10. Convergences et lois des grands nombres	87
10.1. Convergence en probabilité et presque sûre	87
10.2. Convergence L^p et équi-intégrabilité	93
10.3. Séries de variables aléatoires indépendantes	98
10.4. Lois des grands nombres	101
Exercices	116
Chapitre 11. Probabilités et espérances conditionnelles	135
11.1. Noyaux et lois conditionnelles	135
11.2. Moments conditionnels	147
11.3. Espérance conditionnelle	150
11.3.1. L'espérance conditionnelle comme projecteur orthogo- nal dans $L^2(\Omega, \mathcal{A}, P)$	151
11.3.2. Extension de la définition de l'espérance conditionnelle à $L^1(\Omega, \mathcal{A}, P)$	154
11.3.3. Extension de la définition de l'espérance conditionnelle à $\mathcal{M}^+(\mathcal{A})$	157

11.3.4. Théorèmes de convergence	159
11.3.5. Inégalité de Jensen	162
11.3.6. Calcul d'espérance conditionnelle	163
Exercices	164
Chapitre 12. Transformées de Fourier et fonctions caractéristiques	191
12.1. Définition et propriétés immédiates	191
12.2. Le théorème d'injectivité	193
12.3. Propriétés relatives à l'indépendance	200
12.4. Fonction caractéristique et moments	203
Exercices	212
Chapitre 13. Variables aléatoires gaussiennes	235
13.1. Définition et propriétés	236
13.2. Existence des mesures gaussiennes. Condition d'absolue conti- nuité	238
13.3. Marginales	244
13.4. Régression ; le modèle linéaire	250
13.4.1. Estimation des paramètres de régression	252
13.4.2. Le modèle linéaire gaussien	259
Exercices	267
Chapitre 14. Convergence de mesures et convergence en loi	289
14.1. Convergence de mesures bornées sur \mathbb{R}^d	289
14.2. Convergence en loi	303
14.3. Théorème limite central	313
14.4. Estimation	320
Exercices	327
Chapitre 15. Processus et martingales discrets	349
15.1. Quelques exemples de processus	349
15.2. Processus et martingales : définitions	351
15.3. Temps d'arrêt	354
15.4. Premier théorème d'arrêt	358
15.5. Lemme maximal et martingales dans L^2	360
15.6. Décomposition de Doob	365
15.7. Convergence de martingales intégrables	369
15.8. Deuxième théorème d'arrêt	376
15.9. Convergence de sous- et surmartingales	378
Exercices	379

Chapitre 16. Chaînes de Markov	397
16.1. Introduction	397
16.2. Indépendance conditionnelle	401
16.3. Chaînes de Markov : propriétés générales	405
16.3.1. Propriété de Markov ; matrices de transition	405
16.3.2. Propriété de Markov simple ; lois fini-dimensionnelles	417
16.3.3. Loi initiale ; propriété de Markov forte	422
16.4. Visites à un état fixe	426
16.4.1. Étude de la suite des temps de passage en un point	428
16.4.2. Lois du nombre de visites d'un point et du premier temps de passage en ce point	430
16.5. Classification des états	435
16.5.1. Communication ; périodicité	435
16.5.2. Récurrence	440
16.5.3. Comportement asymptotique et classification	442
16.5.4. Critère analytique de récurrence	450
16.6. Calcul de la matrice potentiel et de $P_x(T_y^1 < +\infty)$	453
16.6.1. Calcul de la matrice potentiel	453
16.6.2. Calcul de $F(x, y) \equiv P_x(T_y^1 < +\infty)$	454
16.7. Mesures invariantes	457
16.8. Loi forte des grands nombres	470
16.8.1. Théorème de loi forte	470
16.8.2. Estimation de la matrice de transition	475
Exercices	477
Chapitre A. Résumé de théorie de la mesure	517
A.1. Mesure et probabilité	517
A.2. Intégrale	521
A.3. Trois théorèmes de convergence	523
A.4. Mesure produit et théorème de Fubini	526
Index	531
Liste des chapitres du premier tome	
1. Phénomènes aléatoires et modèles probabilistes	
2. Familles sommables de nombres réels	
3. Indépendance	
4. Probabilités et lois conditionnelles	
5. Moments d'une variable aléatoire discrète	
6. Variables aléatoires à densité	
7. Approximation de lois. Loi faible des grands nombres	