

# Table des matières

|   |    |
|---|----|
| <b>Introduction</b>   | 11 |
| <b>Puissances de nombres</b>  |    |
| 1. La puissance entière d'un nombre   | 16 |
| 2. $2^n \times 2^m = 2^{n+m}$   | 18 |
| <b>Triangles, rectangles, carrés et cercles</b>   |    |
| 3. La surface du rectangle est le produit de ses côtés  | 22 |
| 4. La surface du triangle est le demi-produit de la base par la hauteur                             | 24 |
| 5. La somme des angles d'un triangle vaut $180^\circ$   | 26 |
| 6. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  | 28 |
| 7. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$   | 30 |
| 8. Théorème de Pythagore : $a^2 + b^2 = c^2$  | 32 |
| 9. La circonférence du cercle vaut $2\pi R$   | 34 |
| 10. La surface du cercle vaut $\pi R^2$   | 38 |
| <b>Angles</b>   |    |
| 11. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$   | 42 |
| 12. $\sin\alpha \approx \alpha$ , $\cos\alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ ( $\alpha$ « petit ») | 46 |
| 13. $\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$                             | 48 |
| 14. Nombres rationnels et irrationnels  | 50 |
| 15. $\pi \approx \frac{355}{113}$   | 52 |

*Les plus belles formules mathématiques*

**Équations du second degré**

16. Les racines de l'équation du second degré 56  
17. Le nombre d'or  $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  58  
18. Nombres imaginaires :  $i = \sqrt{-1}$  62

**Logarithmes et exponentielles**

19. A la découverte des logarithmes 66  
20. La propriété magique des logarithmes :  
 $\text{Log}(ab) = \text{Log } a + \text{Log } b$  70  
21.  $1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \text{Log } n$  se rapproche de 0,577... 72  
22.  $\text{Log}(1 + x) \approx x$  ( $x$  « petit ») 76  
23. Le nombre  $e$  78  
24. Le nombre  $e$  élevé à une puissance réelle 80  
25. Dérivées et intégrales : les surfaces vues par les deux bouts de la lorgnette 82  
26. Le nombre  $e$  élevé à une puissance imaginaire :  
 $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i \sin\alpha$  84  
27.  $e^{i\pi} = -1$  86  
28.  $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$  ;  $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$  88

**Suites de nombres**

29.  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$  92  
30. La suite de Fibonacci :  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  94  
31. Le nombre de rangements de  $n$  éléments est  
 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$  96  
32.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1$  98  
33.  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$  (pour  $|x| < 1$ ) 100  
34. Quelques autres sommes 102

## Table des matières

### Objets de l'espace

|   |     |
|---|-----|
| 35. L'égalité d'Euler : $f - a + s = 2$                             | 106 |
| 36. La surface de la sphère vaut $4\pi R^2$                         | 108 |
| 37. Le volume de la boule vaut $\frac{4}{3}\pi R^3$                 | 110 |
| 38. L'angle au centre d'un tétraèdre régulier vaut $109^{\circ}28'$ | 112 |
| 39. Les ponts de Königsberg   | 114 |

### Nombres entiers, nombres premiers

|  |     |
|--|-----|
| 40. Théorème de Lagrange : tout nombre entier est la somme de quatre carrés            | 118 |
| 41. Théorème de Fermat   | 120 |
| 42. Les nombres premiers ne se divisent pas  | 122 |
| 43. La conjecture de Goldbach : tout nombre pair est la somme de deux nombres premiers | 124 |
| 44. Le théorème des nombres premiers   | 126 |

### Le hasard

|  |     |
|--|-----|
| 45. La probabilité de gagner au loto           | 130 |
| 46. La roulette et la martingale de d'Alembert | 132 |
| 47. Le triangle de Pascal                      | 134 |

### Aujourd'hui et demain...

|                                       |     |
|---------------------------------------|-----|
| 48. Le système binaire : $1 + 1 = 10$ | 138 |
| 49. En route vers l'infini            | 142 |

|               |     |
|---------------|-----|
| <i>Annexe</i> | 145 |
|---------------|-----|

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| <i>Index biographique</i> | 147 |
|---------------------------|-----|